

Navn:

Fødselsdato:

Skole:

Tårnby Gymnasium

Fag:

Studieretningsprojekt, Samlet vurd. (6647--Gym

bekend,)

Dato for prøveafleggelse:

03-04-2020



Studieretningsprojekt

Tårnby Gymnasium & HF

03/04-2020

Elev id: 3z 23, 1869	
Navn:	
Fag:	Vejleder:
Matematik A	
Dansk A	

FORMIDLINGSOPGAVE OM SPILTEORI

Problemformulering:

Hvordan kan spilteori forklares matematisk og formidles i Illustreret Videnskab?

Opgaveformulering:

- Indfør centrale begreber inden for spilteori, herunder nulsumsspil, ikke-nulsumsspil, rene og blandede strategier samt ligevægt.
- Med baggrund i disse begreber skal du give eksempler på beregninger i konkrete situationer, hvor der kan anvendes en spilteoretisk model.
- Udarbejd med udgangspunkt i ovenstående matematiske arbejde en formidlende artikel på 3-4 sider. Artiklens målgruppe skal være en typisk læser af *Illustreret Videnskab*.
- Besvarelsen skal indeholde en metadel, hvor du med inddragelse af retoriske og argumentations-teoretiske overvejelser begrundet den valgte formidlingsform i relation til målgruppen.

Besvarelsen skal fylde 20-25 sider.



SRP OM SPILTEORI

ET POLITISK OG POPULÆRVIDENSKABELIGT FOKUS

Et studieretningsprojekt i DA og MA af:

Tårnby Gymnasium & HF

Afleveres 03/04-2020 kl. 12:00

Resumé

Dette studieretningsprojekts problemstilling handler om, hvordan spilteori kan forklares matematiskfagligt og siden formidles i tidsskriftet *Illustreret Videnskab* på baggrund af danskfaglige argumentationsteoretiske og retoriske overvejelser. Opgaven startes med en indledning, hvori baggrunden for spilteori kort opsummeres. Dernæst drøftes motivationen for opgavens tilblivelse, og fokus indstilles på spilteori med et særligt politisk fokus. Der redegøres da for, hvordan spilteori og formidling af dette vil indfries via metodiske overvejelser. Den første konklusion er, at et nulsumsspil er et spil, hvor spiller 1 vinder det, spiller 2 taber. Begrebet *udbyttematrix* defineres, fulgt af rene og blandede strategier. Dertil følger eksempel 1 om COVID-19, hvor konklusionerne med rene og blandede strategier hhv. bliver, at Danmark skal satse på, at virusset inddæmmes af andre lande, og at de skal nedlukke totalt. Ud fra eksemplet konkluderes der desuden, at politisk research er centralt i politisk spilteori, samt at blandede strategier ikke garanterer et godt udbytte. Derefter udledes løsningen til et nulsumsspil, minimaxsætningen, der postuleres. Vha. minimaxsætningen regnes der på Joe Bidens chancer for at blive valgt til præsidentvalget senere i år - det konkluderes, at den spilteoretiske løsning er 49,6 % sandsynlighed. Endelig indføres og bevises sætningen for Nash-ligevægte med blandede strategier. Resultatet herfra benyttes i eksempel 3 med Folketingsvalget 2019 og brobygning over den ideologiske midte. Konklusionen bliver, at Socialdemokratiet gennemsnitligt skal være langt mere modvillige end Venstre. Da følger en populærvidenskabelig artikel målrettet den typiske læser af *Illustreret Videnskab*. Artiklen efterfølges af en danskfaglig metadel, hvori det sluttes, at faktorer som identifikation, levende sprog og blikfangselementer er afgørende for artiklen. Studieretningsprojektet afrundes med en samlet konklusion.



Indholdsfortegnelse

1.	Indledning	5
2.	Topersoners nulsumsspil og ikke-nulsumsspil indledende.....	6
2.1	Udbyttematrix	6
3.	At anlægge en ren og en blandet strategi	7
3.1	Eksempel 1: COVID-19- krisen - "Skal vi nedlukke vores land?"	7
3.2	Om spilteoretisk modellering med et politisk fokus.....	10
4.	Spilteoretiske metoder til anlæggelse af strategi - nulsumsspil	10
4.1	Nulsumsspillet's løsning og værdien for nulsumsspillet	11
4.2	Eksempel 2: Den amerikanske valgkamp 2020 - Trump vs. Biden.....	13
5.	Spilteoretiske metoder til anlæggelse af strategi - ikke-nulsumsspil	15
5.1	Løsningen til et ikke-nulsumsspil: Nash-ligevægte for strategiprofiler	16
5.2	Eksempel 3: Folketingsvalget 2019 - skal der bygges bro over midten?	18
6.	Populærvidenskabelig artikel om spilteori med politisk fokus.....	21
		22
7.	Metadel til den populærvidenskabelige artikel	26
7.1	Kommunikationssituationen.....	26
7.2	Nyhedskriterierne	28
7.3	Sproglige og illustrative virkemidler	29
8.	Konklusion	30
9.	Litteraturliste	32
10.	Bilag	36

1. Indledning

Spørgsmålet: "Hvad kan jeg gøre for at vinde?" er et spørgsmål, der gennem menneskehedens historie er blevet stillet utallige gange i forskellige sammenhænge. Eksempelvis i forbindelse med rekreative spil, sport, retssager, diskussioner osv. Jagten efter svaret på dette spørgsmål kulminerede i 1944 med, at matematikeren Johannes von Neumann og nationaløkonomen Oskar Morgenstern udgav bogen: "Theory of Games and Economic Behavior".¹ Bogen bidrog med hidtil uhørt gode svar på spørgsmålet begrundet matematisk, og gav derfor anledning til en ny, matematisk disciplin: Spilteori.² Med bogen, hvor forskellige økonomiske problemstillinger blev betragtet som spil mellem konkurrerende parter, blev en vigtig pointe fastslået: Spilteoriens brug er bestemt ikke begrænset til rekreative spil, og kan derfor også bruges til behandling af samfundsmæssige problemstillinger, der kan opfattes som spil.³

Denne opgaves spilteoretiske fokus vil være på politiske problemstillinger baseret på virkelige og samfundsrelevante scenarier. Dette studieretningsprojekt er motiveret af et ønske om at udforske, hvad (politisk) spilteori er, og hvordan det kan formidles i *Illustreret Videnskab*.

For at finde ét samlet svar på dette, vil jeg i denne opgave redegøre for de centrale, spilteoretiske begreber nulsumspil, ikke-nulsumspil, rene og blandede strategier samt ligevægt. I denne sammenhæng udledes beregningen af en spilteoretisk gennemsnits-gevinst vha. middelværdien for en stokastisk variabel X . Derudover udledes løsningen til nulsumspil, minimaxsætningen, gennem en formel, delvis deduktion⁴ fra generelle, spilteoretiske overvejelser. Endelig udfører jeg en formel deduktion af løsningen til ikke-nulsumspil, sætningen for Nash-ligevægte for blandede strategier, med matematisk bevis. Den matematiske undersøgelse vil undervejs suppleres med konkrete, samtidspolitiske eksempler, hvor sammenhængene tages i brug.

Endelig har jeg udarbejdet en populærvidenskabelig artikel målrettet den typiske læser af *Illustreret Videnskab*. Derefter vil jeg i en danskfaglig metadel gøre rede for bevidste valg i artiklen gennem en retorisk og argumentationsteoretisk analyse, samt inddragelse af nyhedskriterierne.

¹ (Axelsen & Kristensen, Spilteori, s. 5)

² Ibid.

³ Ibid.

⁴ (Rangvid, Benoni, Christensen, & m.fl., 2017)

2. Topersoners nulsumspil og ikke-nulsumspil indledende

I denne opgave vil jeg tage udgangspunkt i spil, hvor der er to parter/spillere i en konfliktsituation, der har modsatrettede interesser. Med andre ord spiller parterne mod hinanden, og der er umiddelbart intet incitament for, at spillerne samarbejder.

Desuden vil fokus være på nulsumspil og ikke-nulsumspil, der introduceres med følgende definition:

Definition 1: Nulsumspil og ikke-nulsumspil

I et nulsumspil med en spiller 1 og en spiller 2, hvorved spiller 1 træffer valget i og spiller 2 træffer valget j , vil deres gevinster, hhv. a_{ij} og b_{ij} , have modsat fortegn:

$$a_{ij} = -b_{ij}$$

Ved denne sammenhæng udtrykkes den vigtige pointe ved et nulsumspil: Den ene spillers fortjeneste er lig den anden spillers tab.⁵

For et ikke-nulsumspil gælder, at den ene spillers fortjeneste *ikke nødvendigvis* er lig den anden spillers tab - men tilfældet er ikke udelukket. Imidlertid forekommer det dog sjældent i ikke-nulsumspil.⁶

2.1 Udbyttematrix

Når man i spilteori matematisk vil vurdere de mest optimale beslutninger, opstiller man for kombinationer af spiller 1 og spiller 2's forskellige beslutninger gevinster. Disse kan være baseret på forskellige kvalitative eller kvantitative vurderinger af personen bag modellen. Ofte kræver dette - hvilket er en ganske væsentlig pointe - at man *kvantificerer* noget *kvalitativt*.⁷ Dette betyder, at når spiller 1 og spiller 2 hver vælger en given *strategi* - det spilteoretiske begreb for beslutningstagen i et spil - udtrykkes gevinsten ved et tal. Disse gevinster kan man så skrive op i en *udbyttematrix*, der ser lidt forskellig ud, alt ud fra, om der modelleres som et nulsumspil eller et ikke-nulsumspil. Generelt vil den se således ud:

		Spiller 2				
	Strategi	1	2	3	...	n
Spiller 1	1					
	2					
	3					
	...					
	m					

I et topersoners nulsumspil vil man have en matrix A , hvori man kan angive gevinsterne a_{ij} , dvs. gevinsten i række i , søjle j :

⁵ (Baktoft, 1: Rene strategier: Nul-sum spil, 2017, s. 9)

⁶ (Baktoft, 2: Rene strategier: Ikke nul-sum spil, 2017, s. 11)

⁷ (Axelsen & Kristensen, Afslutning, Årstal ukendt, s. 16)

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}_8$$

Dvs. gevinsten vil være ét tal, jf. definition 1.

I et ikke-nulsumsspil vil hver spiller have en udbyttematrix hver, så det bygger på samme pointe, bare hvor der er så en udbyttematrix A, B, C, ... osv., så det passer til antallet af spillere. I et topersoners ikke-nulsumsspil vil der være A og B. Gevinsterne kan opskrives i én matrix, hvor $x \in$ spiller 1 og $y \in$ spiller 2, som et talpar (x,y) .

En sådan udbyttematrix for et ikke-nulsumsspil vil nu ses i eksempel 1 for et ikke-nulsumsspil, hvor de centrale spilteoretiske begreber *ren strategi* og *blandet strategi* desuden indføres.

3. At anlægge en ren og en blandet strategi

Når et valg skal træffes vha. spilteoretisk modellering, er det nødvendigt at skelne mellem såkaldte *rene strategier* og *blandede strategier*. Anlæggelse af en ren strategi betyder, at man af n mulige beslutninger vælger én helt og holdent.⁹ Anlæggelse af en blandet strategi betyder, at man indfører nogle sandsynligheder for at vælge de forskellige beslutninger for spiller 1 og spiller 2 algebraisk. Af den grund er et udbytterigt udfald aldrig direkte garanteret ved en blandet strategi. Til at give et eksempel på (optimal) brug af rene og blandede strategier opstilles følgende scenarie:

3.1 Eksempel 1: COVID-19- krisen - "Skal vi nedlukke vores land?"

05/03-2020: COVID-19 fylder mere og mere i nyhederne efterhånden, og europæiske lande som Spanien og Italien mærker allerede konsekvenserne af virusset.¹⁰ I Danmark og England er problemet dog ikke så slemt endnu. De to landes regeringer er begyndt at bekymre sig om mulige, fremtidige konsekvenser af COVID-19, så de vil finde ud af, hvordan de skal agere. De to lande har en øget, økonomisk konkurrence indbyrdes oven på Brexit.¹¹

DK's regering har størst interesse i en fuldstændig nedlukning af landet, men de vil ikke lade EN få fri leg på det europæiske marked, hvis kun vital forretning som detailhandlen vedligeholdes i DK. EN's regering vil derimod prøve at få skovlen under Danmark og dermed EU, dvs. parterne har modstridende interesser.

Det skal tilføjes, at en nedlukning vil have massive konsekvenser for (lokal)økonomien (som vi ser nu - pt. 28/03-2020).

⁸ (Baktoft, 6: Blandede strategier: Nul-sum spil II, 2017, s. 27 + 36)

⁹ (Axelsen & Kristensen, Klimaforhandlinger mellem I og U lande - del 2, Årstal ukendt, s. 11)

¹⁰ (Ritzau, 2020): <https://nyheder.tv2.dk/udland/2020-03-05-antallet-af-dode-efter-coronavirus-stiger-markant-i-italien> (besøgt 03/04-2020)

¹¹ (Kjems, 2020): <http://thinkeuropa.dk/politik/storbritannien-paa-vej-mod-brexite> (besøgt 29/03-2020)



Begge landes regeringer står over for et valg mellem to muligheder: En total nedlukning af deres eget land, eller tage et sats på, at virusset dør ud pga. effektiv inddæmning, som f.eks. SARS gjorde.¹² Ud fra dette opstilles følgende udbyttematrix:

Danmarks regering	Englands regering		
		Satse (p)	Nedlukke (1-p)
	Satse (q)	(0,1)	(1,-2)
	Nedlukke (1-q)	(-2,3)	(2,1)

NB: Denne udbyttematrix er udarbejdet med et kortsigtet perspektiv - på længere sigt vil det måske, som eftertiden har vist, bedre kunne betale sig, at regeringerne fuldstændigt lukker ned tidligt.

Svaret på det optimale valg i en situation i et ikke-nulsumsspil som dette findes da ved at lede efter såkaldte ligevægtpunkter, *Nash-ligevægte*, der defineres således:

Definition 2: Nash-ligevægt (rene strategier)

En Nash-ligevægt er et talpar (x_i, y_j) i en udbyttematrix, hvor:

x_i er større end alle andre x -værdier i søjlen j , og

y_j er større end alle andre y -værdier i rækken i

Dette kan afbildes vha. en udbyttematrix således:

	Søjle $j =$	1		j		m
Række $i =$						
1				$x_1 < x_i$		
				...		
i		$y_1 < y_j$	...	(x_i, y_j)	...	$y_j > y_m$
				...		
n				$x_i > x_n$		

Dette betyder, at enhver spiller i en Nash-ligevægtssituation, er dårligere stillet ved at skifte strategi fra sin nuværende, givet den anden spillers strategi (og at denne spiller naturligvis bibeholder sin strategi).¹³

En Nash-ligevægt kan betragtes som en "modificeret udgave" af max-min-princippet, der siger, at løsningen med rene strategier i et nulsumsspil findes ved *sadelpunktet*, dvs. en værdi i en nulsumsmatrix, der er maksimumsværdi i sin søjle og minimumsværdi i sin række.¹⁴

Nash-ligevægten i eksemplet er $(0,1) = (\text{satse}, \text{satse})$. Derfor er konklusionen lidt overraskende, at begge lande på kort sigt skal satse på, at COVID-19 forsvinder pga. effektiv inddæmning i andre lande. Det må dog igen understreges, at eksemplet er baseret på kvalitative vurderinger på kort

¹² (Karlamangla, 2020): <https://www.latimes.com/california/story/2020-02-18/sars-coronavirus-china-epidemic> (besøgt 30/03-2020)

¹³ (Baktoft, 2: Rene strategier: Ikke nul-sum spil, 2017, s. 12)

¹⁴ (Baktoft, 1: Rene strategier: Nul-sum spil, 2017, s. 10)



sigt, så hvor meget præcedens der er for dette valg nu, er lidt mere tvivlsomt (dette skrives 28/03-2020).

For at nuancere vurderingen, vil jeg nu fra DK's perspektiv anlægge en *blandet strategi*. For at gøre dette redefineres gevinstkvantificeringerne sandsynlighedsteoretisk. Gevinsterne kan nemlig opfattes som afhængige af en stokastisk variabel X :

$$X = \text{gevinstværdien ved et udfald i spillet}$$

Ud fra dette vil man kunne beregne en middelværdi - *gennemsnits-gevinst* - for X for spiller 1 (eksempelvis):

$$E(X) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot P(X = x_i) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + x_3 \cdot p_3 \dots + x_n \cdot p_n$$

Dvs. gennemsnits-gevinsten er et vægtet gennemsnit.

I det givne eksempel indføres nu sandsynlighederne p og q :

p = sandsynligheden for, at EN satser

$1-p$ = sandsynligheden for, at EN nedlukker totalt

q = sandsynligheden for, at DK satser

$1-q$ = sandsynligheden for, at DK nedlukker totalt

Grundlaget for sandsynlighederne $1-p$ og $1-q$ er antagelsen, at EN og DK begge udelukkende kan vælge mellem disse to valg.

Jeg vil nu lege statsminister Mette Frederiksen og spilteoretiker på én og samme tid. Derfor vil jeg beregne gennemsnits-gevinsterne u_{satse} og $u_{nedlukke}$, dvs. når DK hhv. satser og nedlukker totalt. Jeg vil være interesseret i at finde ud af, hvad størrelsen af p ud fra denne modellering bliver, da jeg vil vurdere risici for DK. Dette gøres med p som en ukendt størrelse, så jeg udfører en *lineær programmering*. Dette gøres ved princippet for $E(X)$, hvor X = gevinsten for DK, når der satses. Den stokastiske variabel Y defineres også, hvor Y = gevinsten for DK ved total nedlukning:

$$u_{satse}(p) = E(X) = 0 \cdot p + 1 \cdot (1 - p) = 1 - p$$

Nu beregnes $u_{nedlukke}$ ligeledes, bare med DK, der nedlukker:

$$u_{nedlukke}(p) = E(Y) = -2 \cdot p + 2 \cdot (1 - p) = 2 - 4p$$

Spilteorien siger da, at løsningen på problemstillingen findes ved skæringspunktet mellem disse to kurver, hvor p -værdien findes ved at sætte $u_{satse} = u_{nedlukke}$ og løse for p :

$$u_{satse}(p) = u_{nedlukke}(p) \Leftrightarrow 1 - p = 2 - 4p \Leftrightarrow 1 + 3p = 2 \Leftrightarrow 3p = 1 \Rightarrow p = \frac{1}{3}$$

Ifølge spilteorien er sandsynligheden for, at EN vælger at satse, altså $p = \frac{1}{3}$.

Den spilteoretiske konklusion bliver derfor ud fra den blandede strategi, at fru statsminister og regeringen bør lukke ned, da gennemsnittet taler for dem - $\frac{2}{3}$ af gangene lukker EN jo også ned. De skal dog sørge for, at EN ikke opfanger DK's nedlukning, da EN's ønske jo (i eksemplet) er at narre DK. DK's gennemsnits-gevinst findes ved at indsætte $p = \frac{1}{3}$ i en af funktionerne:

$$u_{satse}\left(\frac{1}{3}\right) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$



Hvis man modellerer med q , får man samme sandsynlighed. Da vil konklusionen være, at fru statsminister skal slå med en terning: Hvis øjnene viser enten 1 eller 2, skal hun og regeringen satse på, at COVID-19 blæser af. Hvis øjnene viser de øvrige værdier, skal DK lukke ned. Graftituationen for $u_{satse}(p)$ og $u_{nedlukke}(p)$ i et $(p, \text{gevinst})$ -koordinatsystem kan ses på bilag 1.

3.2 Om spilteoretisk modellering med et politisk fokus

Til dette eksempel skal der i øvrigt knyttes to væsentlige pointer: For det første, at forskellige metoder til at belyse problemet, her anlæggelse af hhv. ren og blandet strategi, ikke nødvendigvis giver den samme konklusion. For det andet, at når man anlægger en blandet strategi, må det understreges, at et udbytterigt udfald aldrig er garanteret (jo mindre $p = 1$), da der jo med sandsynligheder er tale om tilfældighedsprincippet.¹⁵

Mere specifikt til modellering på politiske konfliktsituationer kan man sige, at der er en kontrast ift. rekreative spil. Hvis man spiller et rekreativt spil, hvor $P(\text{succes}) > 50\%$ i hvert spil, vil en rationel spiller, når der spilles uendeligt mange gange, være garanteret en positiv gevinst. Med politiske scenarier er det ikke helt muligt at konkludere dette på samme måde. Eksempelvis er der mange gange blevet modelleret på Cubakrisen, og sådan et scenarie udspiller sig næppe mere end én gang. Derfor har man sjældent empiri, man kan bruge til at modellere efter. Derfor består grundlaget for modelleringen bl.a. i politisk research, og deraf kvantificeres kvalitativ viden. Men, som jeg nu vil gå i dybden med, findes der langt mere komplekse måder at analysere en spilteoretisk problemstilling på.

4. Spilteoretiske metoder til anlæggelse af strategi - nulsumsspil

I spilteori er der tre vigtige principper, man kan anlægge sin rene eller blandede strategi ud fra, nemlig *maximax*-princippet, *maximin*-princippet i og *minimax (regret)*-princippet. Med følgende definition forklares de tre princippers metode til anlæggelse af strategi:

Definition 3: Maximax-, maximin- og minimax-principperne

Maximax-princippet siger, at den optimistiske spiller anlægger en strategi, der potentielt resulterer i det størst mulige udbytte: Det største af de største udbytter jages.¹⁶

¹⁵ (Axelsen & Kristensen, Klimaforhandlinger mellem I og U lande - del 2, Årstal ukendt, s. 13)

¹⁶ (Harremoës, 2012, s. 1)

Maximin-princippet siger, at pessimisten anlægger en strategi, hvortil den mindste risiko følger: Den største minimumsgevinst jages.¹⁷

Minimax (regret)-princippet siger, at den forsigtige spiller anlægger en strategi, der minimerer den maksimale *regret*; Det største, potentielle tab (regret) minimeres, dvs. en strategi anlægges, så den absolutte afvigelse mellem størst mulige udbytte og mindst mulige udbytte minimeres.¹⁸

4.1 Nulsumsspillet løsning og værdien for nulsumspillet

Imidlertid er maximax-princippets metode jo ganske nærliggende. Derfor vil jeg nu undersøge sammenhængen mellem maximin- og minimax-strategierne gennem matematisk deduktion. Dertil følger først en definition af såkaldte *strategiprofiler*:

Definition 4: Strategiprofiler

For spiller 1 er strategiprofilen (eller en blandet strategi) p en vektor givet ved:

$$p = (p_1, p_2, p_3 \dots p_m)^{19}$$

Her er p_i 'erne sandsynlighederne for de forskellige rene strategier. Derfor må der gælde, at:

$$\sum_{i=1}^m p_i = 1^{20}$$

For spiller 2 er strategiprofilen q tilsvarende en vektor, hvor nøjagtigt det samme gælder:

$$q = (q_1, q_2, q_3 \dots q_n)$$

$$\sum_{j=1}^n q_j = 1$$

Til forskel er en ren strategi en strategiprofil f.eks. s på formen:

$$s = (0,0,0, \dots 1 \dots 0,0,0)$$

Man træffer jo ét valg helt og holdent.

I dette afsnit kommer nulsumsmatrixen A fra s. 7 i øvrigt i brug. Vha. disse strategiprofiler og sandsynligheder kan man definere en udbyttefunktion $u(p, q)$ for spiller 1 således:

Definition 5: Udbyttefunktion for spiller 1 i et nulsumspil²¹

Udtrykt ved det givne udbytte i række i søjle j , a_{ij} , og de to strategiprofiler p og q fra definition 4, kan udbyttefunktionen for spiller 1 udtrykkes ved:

$$u(p, q) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n p_i \cdot q_j \cdot a_{ij} = \sum_{j=1}^n q_j \cdot \sum_{i=1}^m p_i \cdot a_{ij}$$

¹⁷ Ibid.

¹⁸ Ibid.

¹⁹ (Baktoft, 6: Blandede strategier: Nul-sum spil II, 2017, s. 27)

²⁰ Ibid.

²¹ Ibid.



Og på matrixform:

$$u(p, q) = p \cdot A \cdot q^t$$

($q^t = q$ transponeret)

Disse definitioner vil jeg nu benytte til at føre hen mod nogle overvejelser om anlæggelse af mini-max- og maximin-strategier. Derfor forestiller jeg mig nu en given spilsituation med en spiller 1 og en spiller 2. Da kan jeg argumentere således:

Først og fremmest vil spiller 2 forsøge at minimere spiller 1's udbytte mest muligt, dvs. vælge en strategiprofil q , så:

$$v_1(p) = \min_q u(p, q)$$

Før jeg går videre, tager jeg nu et kig på omskrivningen af $u(p, q)$ i definitionen. Heraf ses det, at summen: $\sum_{i=1}^m p_i \cdot a_{ij}$ svarer til udbyttet for spiller 1, hvis spiller 2 vælger en ren strategi j mod spiller 1's blandede strategi(profil) p . Derfor kan $u(p, q)$ betragtes som et vægtet gennemsnit for spiller 1's udbytte, når han benytter strategiprofilen p mod spiller 2's rene strategier. Derfor skal minimummet for u findes blandt spiller 2's rene strategier, dvs.:

$$v_1(p) = \min_q u(p, q) = \min_j \sum_{i=1}^m p_i \cdot a_{ij}$$

Spiller 1 har dog luret spiller 2, så han forsøger at maksimere dette udbytte vha. sin strategiprofil p :

$$v_1 = \max_p \min_j \sum_{i=1}^m p_i \cdot a_{ij}$$

Læg mærke til, at der står max af min - spiller 1 anlægger altså en maximin-strategi.

Samtidigt med dette, vil spiller 1 forsøge at maksimere sit udbytte u vha. p , så nu er spiller 2 og spiller 1's rolle bare byttet om, så spiller 1 skal lede blandt sine rene strategier i mod spiller 2's strategiprofil q :

$$v_2(q) = \max_p u(p, q) = \max_i \sum_{j=1}^n q_j \cdot a_{ij}$$

Denne gang lugter spiller 2 så lunt. Derfor minimerer han spiller 1's udbytte og dermed sit eget tab:

$$v_2 = \min_q \max_i \sum_{j=1}^n q_j \cdot a_{ij}$$

Her er der altså tale om en minimax-strategi.

Med udgangspunkt i disse overvejelser indføres nu minimaxsætningen:

Sætning 1: Minimaxsætningen

For et nulsumsspil på matrixform gælder sammenhængen:

$$v_1 = \max_p \min_j \sum_{i=1}^m p_i \cdot a_{ij} = v = \min_q \max_i \sum_{j=1}^n q_j \cdot a_{ij} = v_2^{22}$$

Til stor overraskelse er de to spilleres hhv. maximin- og minimax-strategier altså forenelige. Tallet $v_1 = v = v_2$ kaldes *værdien for nulsumsspillet*.²³ De strategier, der svarer til værdien, betragtes som optimale strategier og en løsning til nulsumsspillet.²⁴

Her vil sætningen (desværre) blot postuleres ud fra overvejelserne af omfangsmæssige årsager. Metoden til at finde spilværdien benyttes dog i eksempel 2 om den amerikanske valgkamp.

4.2 Eksempel 2: Den amerikanske valgkamp 2020 - Trump vs. Biden

Den amerikanske valgkamp er i fuld gang, og (efter planen) skal de amerikanske vælgere være ved stemmeurnerne tirsdag 03/11-2020 (Wikipedia, 30/03-2020). Efter næsten alle demokraternes caucus-møder ser det ud til at blive Joe Biden, der skal op mod Trump som demokraternes kandidat, i hvad foreløbige stikprøver forudser at blive et tæt løb.²⁵ I 2016, hvor Trump var oppe mod Hillary Clinton, blev det også et rigtigt tæt løb, som Trump vandt. Denne kampagne blev især præget af, at Clinton lovede (måske endda over sig selv), og Trump brugte den retoriske fremføring *ad hominem* mod hende.²⁶ Derfor er det ikke urealistisk at forestille sig, at dette års valg vil have nogle af de samme elementer, idet Trump atter er republikanernes kandidat. Derfor har Trump og Biden to rene strategier at vælge mellem: At love over sig selv, eller benytte *ad hominem*-fremføringen på modstanderen. Dette vil jeg nu modellere lidt på, hvor jeg tager Bidens synspunkt. Men der er én hage: Trump er meget god til at vinde diskussionerne, hvis kandidaterne benytter samme retoriske fremføring, og da vil Trump i 65 % af diskussionerne overlegent vinde størst vælgertilslutning. Biden er dog god til at inspirere ved at love over sig, hvilket Trump ikke er så god til (jo mindre de begge gør dette), og desuden har han en masse snavs på Trump til en evt. *ad hominem*-fremføring. Ud fra dette opstilles følgende udbyttematrix med gevinsterne som Bidens sandsynlighed for at blive valgt som præsident angivet i procent:

	Donald Trump		
	Ad hominem (q_1)	Love over sig (q_2)	Min:

²² (Baktoft, 6: Blandede strategier: Nul-sum spil II, 2017, s. 27-30)

²³ (Baktoft, 6: Blandede strategier: Nul-sum spil II, 2017, s. 30)

²⁴ Ibid.

²⁵ (Pengelly, 2020): <https://www.theguardian.com/us-news/2020/mar/29/donald-trump-joe-biden-presidential-election-poll-results> (besøgt 30/03-2020)

²⁶ (Wikipedia, Whataboutism, 2020): <https://en.wikipedia.org/wiki/Whataboutism> (besøgt 30/03-2020)



Joe Biden	Ad hominem (p_1)	35	60	35
	Love over sig (p_2)	70	35	35
	Max:	70	60	

Som en matrix A skrives den således:

$$A = \begin{pmatrix} 35 & 60 \\ 70 & 35 \end{pmatrix}$$

Max-min-princippet med rene strategier giver ingen umiddelbar løsning. Derfor vil jeg nu benytte mig af minimaxsætningen for at finde en løsning på problemstillingen. Spiller 1 er Biden og spiller 2 er Trump. De har strategiprofilerne p og q :

$$p = (p_1, p_2) = (p_1, 1 - p_1) \quad , \quad q = (q_1, q_2) = (q_1, 1 - q_1)$$

Bemærk i øvrigt, at sandsynlighederne også er indskrevet i udbyttematrixen.

Først forsøger Trump at minimere Bidens chancer for at blive valgt ind:

$$\begin{aligned} v_1(p) &= \min_q u(p, q) = \min_j \sum_{i=1}^m p_i \cdot a_{ij} = \min(35p_1 + 70p_2, 60p_1 + 35p_2) \\ &= \min(70 + 35p_1 - 70p_1, 35 + 60p_1 - 35p_1) \\ &\Rightarrow v_1(p) = \min(70 - 35p_1, 25p_1 + 35) \end{aligned}$$

Biden aner mistanke, og han vil minimere sit politiske tab ved at maksimere gevinsten via p og p_1 :

$$\max_p v_1(p) = \max_p \min(70 - 35p_1, 25p_1 + 35) \text{ (maximin)}$$

Dette maksimum findes ved skæringspunktet mellem de to lineære funktioner ved nspires funktion. Grafen med maksimum ses på næste side. Dette giver punktet (0,5833... ; 49,6).

Imens dette sker, vil han maksimere sine chancer ved $v_2(q)$ og dermed minimere Trumps chancer:

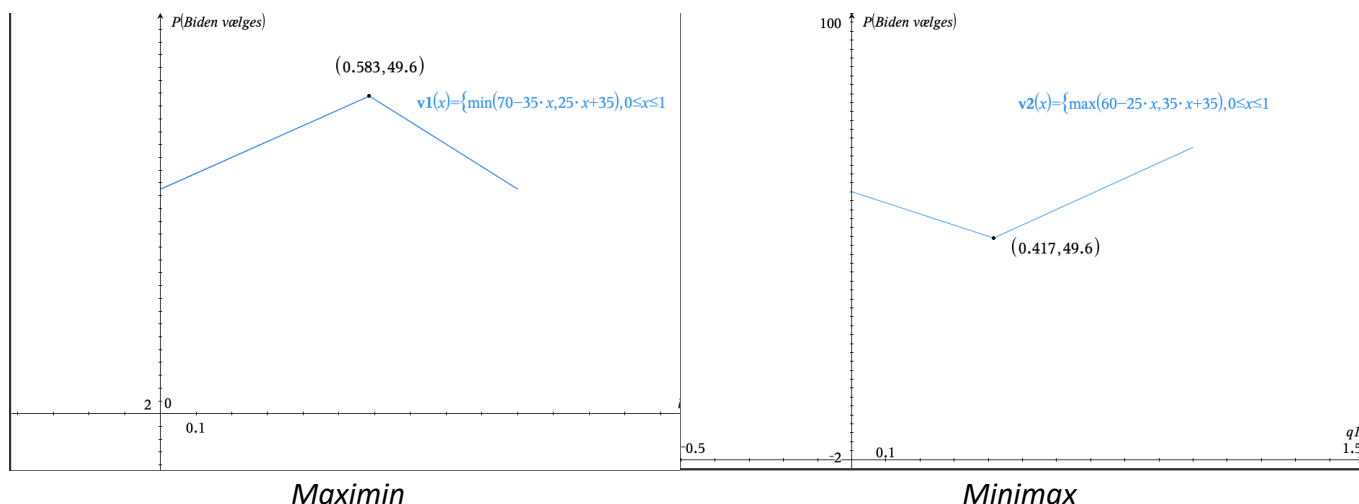
$$\begin{aligned} v_2(q) &= \max_p u(p, q) = \max_i \sum_{j=1}^n q_j \cdot a_{ij} = \max(35q_1 + 60q_2, 70q_1 + 35q_2) \\ &= \max(35q_1 - 60q_1 + 60, 70q_1 - 35q_1 + 35) \\ &\Rightarrow v_2(q) = \max(60 - 25q_1, 35q_1 + 35) \end{aligned}$$

Ligesom Biden anede mistanke om minimeringen mod ham vej gør Trump også, så han vil vha. q maksimere sine politiske chancer ved at minimere maksimumsfunktionen for Biden, dvs. v_2 . Trump minimerer altså vha. sin strategiprofil:

$$\min_q v_2(q) = \min_q \max(60 - 25q_1, 35q_1 + 35) \text{ (minimax)}$$

Igen kigger studerer jeg blot grafen, denne gang for minimum: Trump vil jo minimere Bidens chancer og dermed maksimere sine egne. Dette giver punktet (0,4177... ; 49,6).

De to grafer ser således ud:



Dvs. de to strategiprofiler optimalt er:

$$p = (0,583 ; 0,417) \quad , \quad q = (0,417 ; 0,583)$$

Konklusionen på problemstillingen er, at værdien for dette nulsumsspil er $v_1 = v = v_2 = 49,6$ % chance for, at Biden bliver valgt ind. Dvs., at løsningen til spillet er, at Biden har (marginalt) mindre chancer end Trump for at blive valgt ind, hvis borgerne stemmer således, og man antager, at stemmerne involveret i spillets lukkede system er dem, der helt sikkert stemmer enten Biden eller Trump. Det, der gør scenariet interessant er, at det amerikanske valg i sidste ende også afgøres af valgmandskollegiet. I 2016 fik Trump 2,1 % færre stemmer end Clinton, men han vandt alligevel pga. valgmandskollegiet!²⁷ Derfor har The Guardian nok fuldstændigt ret, når de siger, at det formentlig bliver et tæt præsidentvalg. Det kommer altså til at gælde om at vinde i de rigtige stater. Desuden viser strategiprofilerne, at Biden skal være mere tilbøjelig til at bruge ad hominem-fremføringen, mens Trump skal være mere tilbøjelig til at love over sig.

5. Spilteoretiske metoder til anlæggelse af strategi - ikke-nulsumsspil

Som jeg allerede har kigget på, er løsningen til et ikke-nulsumsspil med rene strategier givet ved Nash-ligevægten (hvis der er én). I et ikke-nulsumsspil med brug af blandede strategier gælder denne sammenhæng også, hvilket jeg nu vil bevise ved en formel deduktion.²⁸ Først følger dog nogle definitioner. Som tidligere forklaret vil man med to personer have matricerne A og B:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mn} \end{pmatrix}$$

Hvor de angiver udbytteerne for hhv. spiller 1 og spiller 2.

Her har man igen udbyttefunktioner givet på tilsvarende vis som i nulsumsspil, bare to givet ved:

²⁷ (Wikipedia, 2016): https://en.wikipedia.org/wiki/2016_United_States_presidential_election (besøgt 30/03-2020)

²⁸ (Rangvid, Benoni, Christensen, & m.fl., 2017)

$$u_1(p, q) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n p_i \cdot q_j \cdot a_{ij}$$

$$u_2(p, q) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n p_i \cdot q_j \cdot b_{ij}$$

Ligeledes formaliseres begrebet *Nash-ligevægt* vha. udbyttefunktionerne med blandede strategier:

Definition 6: Nash-ligevægt (blandede strategier)

En Nash-ligevægt er et par af strategiprofiler (p^*, q^*) , så der gælder:

$$u_1(p^*, q^*) \geq u_1(p, q^*) \quad \text{og} \quad u_2(p^*, q^*) \geq u_2(p^*, q) \quad \text{for alle øvrige } p \text{ og } q.^{29}$$

5.1 Løsningen til et ikke-nulsumsspil: Nash-ligevægte for strategiprofiler

Med denne definition indført, indføres og bevises sætningen nu:

Sætning 2: Nash-ligevægt i ikke-nulsumsspil på matrixform

For et ikke-nulsumsspil på matrixform eksisterer der altid en Nash-ligevægt med blandede strategier.³⁰

Bevis³¹

Til beviset af sætningen benyttes Brouwers fikspunktsætning som hjælpesætning, der er givet ved:

Sætning 3 (hjælpesætning): Brouwers fikspunktsætning

En transformation T i $[0,1]^n$ har altid et *fikspunkt*, dvs. et punkt, hvor:

$$T(p, q) = (p, q)$$

Dette gælder for enhver transformation i en afsluttet, begrænset og konveks mængde.³²

Denne sætning bevises imidlertid ikke, idet beviset er meget kompliceret og ikke så vigtigt igen her. Dog er det let at forestille sig det gælder, hvis man for $n = 1$ forestiller sig linjen $y = x$. Da kan man nemt vise, at grafen for en kontinuert funktion $f(x)$ defineret i $[0;1]$ vil krydse linjen $y = x$, så der netop er et fikspunkt, dvs.:

$$f(x) = y = x \Leftrightarrow (x, y) = (x, f(x))$$

Nu tilbage til beviset. Lad p og q være to strategiprofiler. Da vil jeg definere α_i og β_j således:

$$\alpha_i = \max \left(\sum_{j=1}^n q_j \cdot a_{ij} - \sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^n p_k \cdot q_j \cdot a_{kj}, 0 \right)$$

²⁹ (Baktoft, 7: Blandede strategier: Ikke nul-sum spil II, 2017, s. 37)

³⁰ (Baktoft, 7: Blandede strategier: Ikke nul-sum spil II, 2017, s. 37)

³¹ (Baktoft, 7: Blandede strategier: Ikke nul-sum spil II, 2017, s. 38-40)

³² (Baktoft, 7: Blandede strategier: Ikke nul-sum spil II, 2017, s. 40)

$$\beta_j = \max \left(\sum_{i=1}^m p_i \cdot b_{ij} - \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^n p_i \cdot q_k \cdot b_{ik}, 0 \right)$$

Jeg laver nu følgende transformation T af strategiprofilerne p og q :

$$T: p'_i = \frac{p_i + \alpha_i}{1 + \sum_{k=1}^m \alpha_k} \quad \text{og} \quad q'_j = \frac{q_j + \beta_j}{1 + \sum_{k=1}^n \beta_k}$$

Da står det intuitivt klart, at summen af p' og q' hver må give 1, hvilket ses ved tage summen af transformationerne:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m p'_i &= \sum_{i=1}^m \frac{p_i + \alpha_i}{1 + \sum_{k=1}^m \alpha_k} = \frac{\sum_{i=1}^m p_i + \sum_{i=1}^m \alpha_i}{1 + \sum_{k=1}^m \alpha_k} = \frac{1 + \sum_{i=1}^m \alpha_i}{1 + \sum_{k=1}^m \alpha_k} = 1 \\ \sum_{j=1}^n q'_j &= \sum_{j=1}^n \frac{q_j + \beta_j}{1 + \sum_{k=1}^n \beta_k} = \frac{\sum_{j=1}^n q_j + \sum_{j=1}^n \beta_j}{1 + \sum_{k=1}^n \beta_k} = \frac{1 + \sum_{j=1}^n \beta_j}{1 + \sum_{k=1}^n \beta_k} = 1 \end{aligned}$$

Der må gælde, at transformationen $T(p, q) = (p', q')$ er kontinuert. Derudover er mængden af strategiprofilerne afsluttet, begrænset og konveks ($[0;1] \times [0;1]$). Fordi dette gælder, benytter jeg mig af Brouwers fikspunktsætning. Der findes derfor et fikspunkt for T, hvor der gælder:

$$(p', q') = T(p, q) = (p, q)$$

Derfor påstår jeg nu, at:

$$(p, q) = (p', q') \Rightarrow (p, q) \text{ er en Nash - ligevægt}$$

Fordi fikspunktet er en Nash-ligevægt, er sætningen altså bevist, når påstanden bevises:

Hvis (p, q) er en Nash-ligevægt, må der jf. definition 6 gælde:

$$\begin{aligned} u_1((0, \dots, 1, \dots, 0), q) &\leq u_1(p, q) \\ u_2(p, (0, \dots, 1, \dots, 0)) &\leq u_2(p, q) \end{aligned}$$

For hhv. alle i og j , dvs. hvis hhv. spiller 1 eller spiller 2 vælger en ren strategi i stedet for Nash-ligevægten for strategiprofilerne, kan det *maksimalt* være lige så godt som ligevægten ved blandede strategier. Derfor må der jf. de to definitioner for α_i og β_j fra før helt logisk gælde:

$$\begin{aligned} \alpha_i &= 0 \\ \beta_j &= 0 \end{aligned}$$

For alle i og j .

Hvis (p, q) derimod ikke er en Nash-ligevægt, vil der findes en strategiprofil $\bar{p}$ eller $\bar{q}$, så:

$$u_1(p, q) < u_1(\bar{p}, q) \quad \text{eller} \quad u_1(p, q) < u_1(p, \bar{q})$$

Jeg antager nu, at det første er tilfældet og vil vise, at der i dette tilfælde må gælde $p' \neq p$. Ved at skrive udtrykkene fra ovenfor ind fås:

$$u_1(p, q) = \sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^n p_k \cdot q_j \cdot a_{kj} < \sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^n \bar{p}_k \cdot q_j \cdot a_{kj} = u_1(\bar{p}, q)$$

Nu anser jeg så højresiden som et vægtet gennemsnit med $\bar{p}_k$ som vægt for tallene givet ved:

$$\sum_{j=1}^n q_j \cdot a_{kj}$$

Af den grund må der eksistere et k hvor der gælder, at:

$$\sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^n p_k \cdot q_j \cdot a_{kj} < \sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^n \bar{p}_k \cdot q_j \cdot a_{kj} < \sum_{j=1}^n q_j \cdot a_{kj}$$

Hvis man så trækker fra i uligheden, kan man jo skrive:

$$\alpha_k > 0$$

Og derfor må der gælde, at summen af disse tal α_i (eller α_k) er positiv:

$$\sum_{i=1}^m \alpha_i > 0$$

Venstresiden i uligheden, $u_1(p, q)$, er et vægtet gennemsnit med p_k som vægt for det samme tal som før, altså tallet givet ved summen:

$$\sum_{j=1}^n q_j \cdot a_{kj}$$

Derfor må der være et (andet) k , for hvilket der gælder:

$$\sum_{j=1}^n q_j \cdot a_{kj} \leq \sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^n p_k \cdot q_j \cdot a_{kj}$$

For dette k må der så jf. definitionen af α_i (eller α_k , det er det samme) gælde, at:

$$\alpha_k = 0$$

Dvs. opsummeret har jeg nu, at:

$$p'_k = \frac{p_k + \alpha_i}{1 + \sum_{i=1}^m \alpha_i} = \frac{p_k}{1 + \sum_{i=1}^m \alpha_i} < p_{ik} \Rightarrow p'_k \neq p_k$$

Så $p' \neq p$.

Beviset går på samme måde for $q' \neq q$. Dermed er påstanden altså bevist.

Hvordan man bestemmer Nash-ligevægten for strategiprofilerne, er lidt en anden sag, hvilket jeg tager fat på i eksempel 3.

5.2 Eksempel 3: Folketingsvalget 2019 - skal der bygges bro over midten?

Afsluttende vil jeg lave et eksempel, hvor jeg tager fat på Folketingsvalget 2019. Valget endte som bekendt med en sejr til rød blok og dannelse af en Socialdemokratiet-regering. Men efter Venstre fandt ud af nederlaget, forsøgte de faktisk via Lars Løkke at alliere sig med Socialdemokratiet ved at bygge bro over midten.³³ Incitamentet for dette er naturligvis mest nærliggende for Venstre, idet de stod til at tabe valget med blå blok. Socialdemokratiet havde dog også en bid incitament, eftersom Radikale Venstre, der havde lovet tilslutning til rød blok, traditionelt set er et lilla parti,

³³ (Christoffersen & Secher, 2019): <https://nyheder.tv2.dk/politik/2019-06-05-regeringen-gaar-af-men-loekke-vil-fortsaeette-som-statsminister> (besøgt 30/03-2020)



så hvis de blev for utilfredse med tingene i rød blok, kunne de altid skifte til blå blok - hypotetisk.

Hvis dette skete, ville det pludselig ikke være rød med flertal af mandater, men derimod blå blok.

Dermed hang det hele tiden som en mikroskopisk advarsel over SD'ernes hoveder.³⁴

Jeg modellerer derfor således, at de to partier har de to rene strategier: Holde sig til egen blok/alliere sig (med det andet parti).

Jeg opstiller følgende udbyttmatrix ud fra problemet:

	Venstre		
		Holde sig til egen blok	Alliere sig
		q ₁	q ₂
	Holdes sig til egen blok	(3,1)	(1,5;0)
Socialdemokratiet	p ₁		
	Alliere sig	(0,½)	(2,4)
	p ₂		

Dvs. som matricer A og B for hhv. SD og V bliver det:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1,5 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad , \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 4 \end{pmatrix}$$

Begrundelser: Både Venstre og Socialdemokratiet er tilfredse i (HSTEB,HSTEB) efter et godt valg for partierne i sig selv (især for sidstnævnte ift. normalen). Hvis SD indvilliger, men V så er stolte og afviser, taber SD en del politisk prestige, mens Venstre vinder en smule. Hvis V indvilliger (som det skete) og SD holder sig væk, taber V politisk prestige i blå blok, men det gør SD også til en vis grad i rød blok, da det for vælgerne og partierne vil ligne, at SD har været inde ved forhandlingsbordet, men ikke har kunnet komme frem til noget. Det vil da ligne, at SD er illoyale over for deres allerede eksisterende politiske alliancer. Hvis de to partier allierer sig, taber SD en smule prestige blandt de røde partier og generelt ryet som *"de svages beskytter"*³⁵ får et ordentligt slag - de danser jo alliance med et parti, hvis kerneværdier er liberalistiske og kapitalistiske. Imidlertid vil det for V være en kæmpe sejr politisk, der får lov til at være med i regeringen mod alle forventninger.

³⁴ Ibid.

³⁵ (Hoffmann-Hansen & Fabricius, 2019): <https://www.kristeligt-dagblad.dk/politik-begyndere/overblik-partierne-i-danmark> (besøgt 30/03-2020)



Med metoden for Nash-ligevægte for rene strategier fås to løsninger, nemlig (HSTEB,HSTEB) = (3,1) og (AS,AS) = (2,4), så dette giver intet endegyldigt svar. Derfor vil jeg nu finde ligevægten givet ved de blandede strategier, så strategiprofilerne p og q indføres:

$$p = (p_1, p_2) = (p_1, 1 - p_1) \quad , \quad q = (q_1, q_2) = (q_1, 1 - q_1)$$

Bemærk i øvrigt, at sandsynlighederne også er indskrevet i udbyttematrixen.

Nu bestemmes udbyttefunktionerne u_1 og u_2 så ud fra de generelle udtryk fra længere oppe, der er givet ved:

$$u_1(p, q) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n p_i \cdot q_j \cdot a_{ij}$$
$$u_2(p, q) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n p_i \cdot q_j \cdot b_{ij}$$

Dvs. når vi bruger omskrivninger af hhv. p_2 og q_2 , fås de to funktioner som funktioner af de to variable p_1 og q_1 . $u_1(p, q)$ bestemmes nu vha. matrix A:

$$\begin{aligned} u_1(p, q) &= 3p_1q_1 + 1,5p_1q_2 + 0p_2q_1 + 2p_2q_2 \\ &= 3p_1q_1 + 1,5p_1(1 - q_1) + 2(1 - p_1)(1 - q_1) \\ &= 3p_1q_1 - 1,5p_1q_1 + 1,5p_1 - 2p_1 - 2q_1 + 2p_1q_1 + 2 \\ &\Rightarrow u_1(p, q) = \frac{7}{2}p_1q_1 - \frac{1}{2}p_1 - 2q_1 + 2 \end{aligned}$$

På samme måde bestemmes nu $u_2(p, q)$ vha. B:

$$\begin{aligned} u_2(p, q) &= 1p_1q_1 + 0p_1q_2 + \frac{1}{2}p_2q_1 + 4p_2q_2 \\ &= p_1q_1 + \frac{1}{2}(1 - p_1)q_1 + 4(1 - p_1)(1 - q_1) \\ &= p_1q_1 - \frac{1}{2}p_1q_1 + 4p_1q_1 - 4p_1 - 4q_1 + \frac{1}{2}q_1 + 4 \\ &\Rightarrow u_2(p, q) = \frac{9}{2}p_1q_1 - 4p_1 - \frac{7}{2}q_1 + 4 \end{aligned}$$

Så udbyttefunktionerne for hhv. spiller 1 og spiller 2 hedder altså:

$$u_1(p, q) = \frac{7}{2}p_1q_1 - \frac{1}{2}p_1 - 2q_1 + 2$$
$$u_2(p, q) = \frac{9}{2}p_1q_1 - 4p_1 - \frac{7}{2}q_1 + 4$$



For nu at finde *sadelpunkterne* (hverken maksimum eller minimum for funktion af to variable) for disse funktioner, bestemmes de partielt afledede mht. hhv. p_1 og q_1 ift. udbyttefunktionerne ved de almene regneregler for dette, hvor den øvrige variabel betragtes som en konstant:

$$u_{1p_1}'(p, q) = \frac{7}{2}(p_1)'q_1 - \frac{1}{2}(p_1)' - (2q_1)' + (2)' = \frac{7}{2}q_1 - \frac{1}{2}$$

$$u_{2q_1}'(p, q) = \frac{9}{2}p_1(q_1)' - (4p_1)' - \frac{7}{2}(q_1)' + (4)' = \frac{9}{2}p_1 - \frac{7}{2}$$

Da løses ligningerne $u_{1p_1}'(p, q) = 0$ og $u_{2q_1}'(p, q) = 0$ for hhv. q_1 og p_1 , hvilket giver:

$$\begin{aligned} u_{1p_1}'(p, q) = 0 &\Leftrightarrow \frac{7}{2}q_1 - \frac{1}{2} = 0 \\ \Leftrightarrow \frac{7}{2}q_1 &= \frac{1}{2} \Leftrightarrow q_1 \approx 0,143 \Rightarrow q_2 = 0,857 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_{2q_1}'(p, q) = 0 &\Leftrightarrow \frac{9}{2}p_1 - \frac{7}{2} = 0 \\ \Leftrightarrow \frac{9}{2}p_1 &= \frac{7}{2} \Leftrightarrow p_1 = \frac{7}{9} \Rightarrow p_2 = \frac{2}{9} \end{aligned}$$

Så Nash-ligevægten, og dermed løsningen til ikke-nulsumsspillet, er givet ved strategiprofilerne:

$$p = \left(\frac{7}{9}; \frac{2}{9}\right) \quad , \quad q = (0,143; 0,857)$$

Konklusionen er, at hvis SD skal opnå et optimalt udbytte, skal de kun $p_2 = \frac{2}{9}$ af gangene indvillige i at bygge bro over midten (sandsynligheden var nok endnu tættere på 0 i virkeligheden!), og V skal cirka $q_2 = 86\%$ af gange. Måden, begge partier kunne vælge én af to rene strategier vha. strategiprofilerne kunne være vha. en såkaldt *randomizer*, der sættes til at vælge et heltal mellem 1 og 100. For SD's vedkommende kan man så sige, at hvis tallet cirka er i mængden $[1;22]$ skal de indvillige i en alliance med V, og hvis det er blandt de øvrige tal, skal de ikke. For V's vedkommende skal de indvillige i en alliance, hvis tallet udvalgt cirka er i mængden $[1;86]$, og hvis det er blandt de øvrige, skal de ikke. Graferne for $u_1(p, q)$ og $u_2(p, q)$ kan ses i (p_1, q_1, u) -koordinatsystemer på hhv. bilag 2 og bilag 3.

6. Populærvidenskabelig artikel om spilteori med politisk fokus

På baggrund af det matematikfaglige arbejde indtil nu har jeg udarbejdet en populærvidenskabelig artikel om (politisk) spilteori. Artiklen er udarbejdet i Microsoft Word. Efter artiklen følger en metadel, hvor jeg med inddragelse af argumentationsteoretiske og retoriske overvejelser gør rede for den valgte formidlingsform i relation til målgruppen.

SPILTEORI: Politikere træffer beslutninger på baggrund af bogstaveligt talt kalkulerede risici

>> Til ordet politiker følger hurtigt associationer som løgne, intriger og urealistiske løfter - både over for vælgerne og øvrige politikere. En forklaring på denne adfærd kan findes i spilteori: En matematisk disciplin, der gennem komplekse beregninger og matematiske modeller hjælper med optimal beslutningstagen.



Skal vi stemme for eller imod lovforslaget?

Aftaler imellem politikere er berygtede for at bidrage til skjulte dagsordener.

Skal vi indvillige i en ny alliance med andre partier, eller skal vi bibeholde de alliancer, vi har nu? Dette er

nogle af de spørgsmål, politikere stiller sig selv, når de står i en politisk konfliktsituation, som >>

➤ Politisk spilteori

>> de vil have det bedste ud af. Til dette formål benytter nogle sig af den matematiske disciplin kaldet spilteori.

Spilteoriens fundament støbes

Spilteorien har ifølge nyeste forskning rødder til så tidligt som år 1713 e.v.t., hvor en metode til sejr i kortspillet "le her" blev diskuteret. Det var dog først i 1944 disciplinen fik sit gennembrud, da matematikeren Johannes von Neumann sammen med nationaløkonomen Oskar Morgens- tern udgav bogen "Teori om Spil og Økonomisk Adfærd". I værket var det primært Neumann, der var hjer- nen bag opfindelsen af de grund- læggende, matematiske principper for regning med spilteori. Morgens- terns rolle for bogen var at bidrage med sin brede viden indenfor øko- nomi. I dette banebrydende værk nåede de frem til teorien om, at det globale marked er en evig konkur- rence, hvor parterne - eller spillerne - kæmper mod hinanden om at få den bedste gevinst.

I spilteori skal ordet gevinst forstås som det, en spiller får ud af en situation. Gevinsten er lidt forskellig fra situation til situation. Hvis man for ek- sempel spiller poker og vin- der en runde, hvor der ligger 5.000 kr. i puljen, er de 5.000 kr. gevinsten. Men gevin- sten, når en politiker bliver valgt som borgmester, skal forstås lidt anderledes. Her kan gevinsten eksempelvis

være, hvor tilfreds den ny- bagte borgmester er på skalaen 1-5.

Politikere og nulsumsspil

En teknik til opvejning af gevinster og tab i en situa- tion er at betragte situati- onen som et såkaldt nul- sumsspil. Det, at noget er et nulsumsspil, betyder, at den ene spillers gevinst svarer til det tab, den >>

Johannes von Neumann



Populært betragtes Johannes Von Neumann som spilteo- riens fader. Blandt andet står han bag nulsumsspillet kon- cept, hvor spillerne konkurrerer om én gevinst. Ud over sit arbejde med spilteori, er Neumann også en af compute- rens fædre, og betragtes derfor i dag som en af de vigtigste videnskabsmænd i det 20. århundrede.

➤ Politisk spilteori

>> anden spiller lider. Et eksempel på et nulsumsspil er poker, med to spillere. Hvis spiller 1 smider 2.000 kr. i puljen og spiller 2 smider 3.000 kr., og spiller 2 vinder, mister spiller 1 2.000 kr., hvilket svarer til det beløb, spiller 2 vinder. Når man har et nulsumsspil betyder det også, at spillerne ikke vil føle incitament for at samarbejde med hinanden, fordi deres interesser på ingen måde kan forenes. Derfor diskuteres det også blandt forskere, det er en for sort-hvid opfattelse af verden: Enten vinder eller taber man.

I samfundsdebatten høres politikere med jævne mellemrum sige, at en situation ikke må ende som et nulsumsspil - eksempelvis, at nogen tjener boksen, fordi andre mister tag over hovedet. For eksempel har topolitikeren og overborgmesteren af København, Frank Jensen, benyttet begrebet

Nulsumsspil

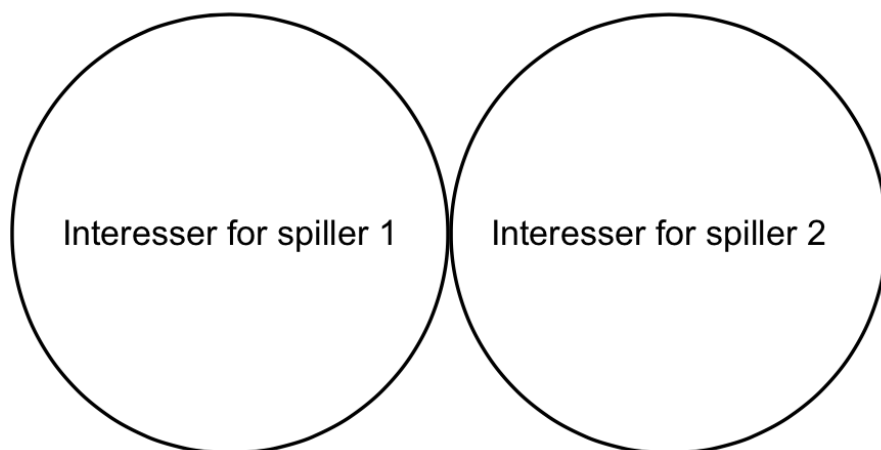


Illustration af, hvordan interesserne for to spillere i et nulsumsspil er i forhold til hinanden. Hvis de er fornuftige, har de aldrig grund til at samarbejde.

nulsumsspil. Dette er et bevis på, at politikere faktisk bruger spilteori til at træffe beslutninger.

"Vi må ikke ende i et nulsumsspil, hvor én sårbar gruppe med få midler til den månedlige husleje bliver spillet ud mod en anden."

(Frank Jensen, der bruger begrebet nulsumsspil i artikel om flygtningeboliger fra Altinget.dk)

John Nash nuancerer billedet

Selvom nulsumsspil giver en nem og håndgribelig opfattelse af en situation, tegner de ikke altid det korrekte billede af en situation. Et eksempel

kunne være en politisk situation, hvor to amerikanske politikere kan vælge at føre valgkampagne til præsidentvalget mod hinanden, hvor gevinsterne svarer til deres sandsynligheder i procent for hver især at blive valgt ind. Hvis de fører kampagne, når de er mod hinanden, er deres vindersandsynligheder tæt på nul. Hvis de derimod slår sig sammen, hvor en af dem bukker under og tager posten som vicepræsident, er deres >>

➤ Politisk spilteori

>> vindersandsynligheder et godt stykke over 50 %. Så kan det pludselig godt betale sig for de to amerikanske politikere at samarbejde - der er incitament. Derfor snakker man i forhold til nulsumsspil også om ikke-nulsumsspil, hvor det nogle gange godt kan betale sig for spillerne at arbejde sammen. I denne sammenhæng opfandt matematikeren John Nash en fuldstændigt banebrydende idé inden for spilteori, som han kaldte for Nash-ligevægt. En Nash-ligevægt er en situation, hvor alle spillere har truffet et valg. Hvis en spiller da ændrer sit valg, og alle øvrige spillere bibeholder deres valg, kan han kun få en dårligere gevinst.

VED DU... Hvad en sandsynlighed er?

En **sandsynlighed** er et tal mellem 0 og 100 angivet i procent. Ved en sandsynlighed x % forstår man, at ud af 100 gange vil det ske x gange. Et meget nærliggende eksempel er et møntkast. Sandsynligheden for at slå plat er 50 %, og ligeledes er den for at slå krone. Det betyder, at hvis man gentager forsøget 100 gange, vil man i gennemsnit slå plat 50 gange og slå krone 50 gange. Desuden gælder der, at alle sandsynlighederne for ting, der kan ske i en situation, sammenlagt giver 100 %. Dette kan også ses af plat/krone, hvor $50 \% + 50 \% = 100 \%$.

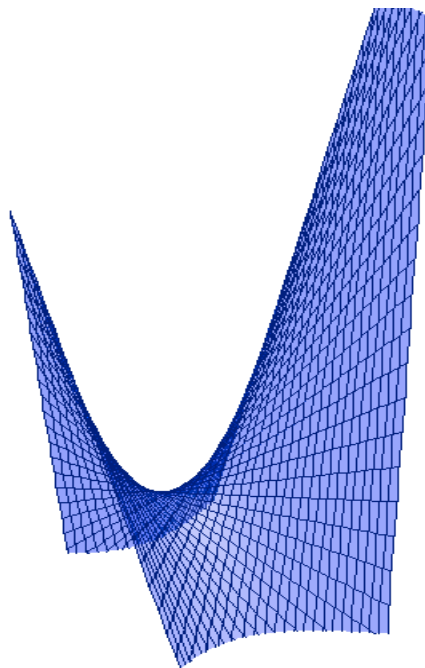


Illustration: Tredimensionelle modeller med matematik fra Nash-ligevægte kan ofte skabe elegante figurer som denne.

Ligevægtens betydning

Opfindelsen har haft en så stor betydning for videnskaben, at Nash i 1994 modtog Nobelprisen for at have ændret, hvordan spilteori bruges i økonomisk videnskab. Når man laver spilteoretiske modeller med Nash-ligevægte, bliver matematikken bag markant mere kompleks, f.eks. med 3D-modeller. Men ligeledes bliver menneskeligheden

bag valgene også. Nashs opfindelse har ændret brugen af spilteori i en sympatisk retning. Ligevægten har skabt et billede af, at en politiker godt kan henvende sig til modstanderen, uden nødvendigvis at tabe på det. Da kan politikerne både tjene sig selv, deres kollegaer og - allervigtigst - samfundet. □

7. Metadel til den populærvideenskabelige artikel

I forlængelse af den populærvideenskabelige artikel vil jeg nu redegøre for nogle af de valg, jeg har truffet i skriveprocessen. Herunder vil jeg komme ind på til- og fravalg af viden, kommunikationssituationen, faglig formidling og brug af sproglige og illustrative virkemidler. For at kunne redegøre for mine valg inddrages desuden teksten "SRP i stx - Formidlingsopgaver med dansk"³⁶ og bøgerne "Slip din viden løs - håndbog i faglig formidling"³⁷, "Grundbog i retorik - at vise og overbevise"³⁸ og "Merkantil fagdidaktik"³⁹.

7.1 Kommunikationssituationen

Først og fremmest vil jeg udlægge kommunikationssituationen, hvortil der benyttes Ciceros retoriske pentagram til at analysere problemet retorisk. Først og fremmest har jeg, før skrivningen startede, undersøgt hvilken målgruppe, artiklen skulle målrettes, da man, som bl.a. Søren Kierkegaard siger, ikke kan berige sin læser med ny viden, hvis man ikke har en idé om, hvor meget læseren allerede ved.⁴⁰ Derfor har jeg inde på siden Mediekit.dk⁴¹ undersøgt målgruppen for Illustreret Videnskab. De angiver den således: "Nysgerrige og videbegærlige danskere mellem 25-59 år, som interesserer sig for ny teknologi."⁴² Desuden er kønsfordelingen cirka 59 % mænd og 41 % kvinder, så der er en lille, ikke helt uvæsentlig, overvægt af mænd. Læseren virker altså til at kunne "tillokkes" at læse min artikel, hvis der er nogle spændende blikfang i form af billeder og faktabokse i artiklen, da det er en nysgerrig læser. I et forsøg på at komme i øjenhøjde med modtageren, som Hyldgård og Ebdrup bemærker er vigtigt⁴³, har jeg afprøvet nogle af forklaringerne af spilteoretiske begreber på folk, der kunne være den klassiske læser af Illustreret Videnskab, eksempelvis med begrebet nulsumsspil.

Afsenderen af artiklen er undertegnede, der har gennemført et omfattende, matematisk arbejde for at kunne opnå en bred viden om spilteori. Netop fordi jeg har gennemført en omfattende undersøgelse af spilteori, appellerer jeg også til modtageren med en vis grad af etos. Dermed er der et grundlag for, at min læser bør stole på, at fakta i artiklen er korrekte. Dette forstærkes naturligvis kun, hvis artiklen rent faktisk kom i Illustreret Videnskab, da det er et anerkendt, (natur)videnskabsjournalistisk magasin.

Emnet i kommunikationssituationen er politisk spilteori/spilteori med et særligt politisk fokus. Her har jeg forsøgt at skrive det med en vinkling i retning af: *Politikere benytter sig af spilteori til at*

³⁶ (Christensen & Christensen, 2013)

³⁷ (Hyldgård & Ebdrup, 2013)

³⁸ (Johnsen, Gade, & Mogensen, 2017)

³⁹ (Brunvold, Brøting, & Bülow, 2019)

⁴⁰ (Christensen & Christensen, 2013, s. 6)

⁴¹ <https://mediekit.dk/> (set 01/04-2020)

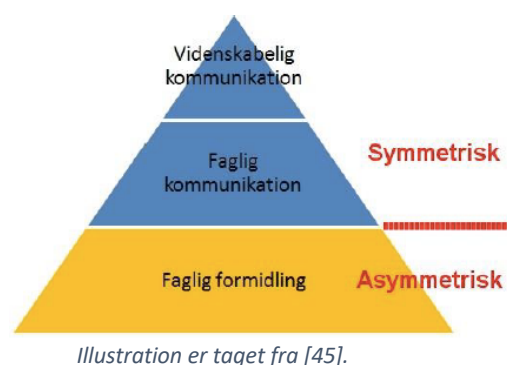
⁴² (Relster, 2019): <https://mediekit.dk/print/illustreret-videnskab/> (set 01/04-2020)

⁴³ (Hyldgård & Ebdrup, 3.1 Vær i øjenhøjde!, 2013, s. 22-23)

træffe beslutninger. Dette understreges i øvrigt af citatet fra Frank Jensens artikel.⁴⁴ Vinklingen udspringer af, at jeg er nødt til at udvælge et udsnit af spilteori, da det formentligt ville blive relativt umuligt at formidle al min viden om spilteori effektivt.⁴⁵ Dertil følger naturligvis nogle få forklaringer om simpel spilteori, der er nødt til at følge med for at give en kontekst til politikeres (mulige) brug af spilteori.

Formålet med artiklen er at oplyse (og underholde) modtageren om (med) mit emne og vinkling: *Politikere benytter sig af spilteori til at træffe beslutninger.*⁴⁶ Derudover har jeg også til formål at oplyse modtageren om nogle af de helt basale sammenhænge i spilteori, eksempelvis hvad hhv. nulsumsspil, ikke-nulsumsspil og Nash-ligevægt betyder. Dertil vil jeg oplyse læseren om, hvordan spilteori kan anskues med politiske briller, eksempelvis ved min indsættelse af Frank Jensens bemærkning om, at *"flygtningeboliger ikke må blive et nulsumsspil"*.⁴⁷

Omstændighederne for kommunikationssituationen er, at der sker en asymmetrisk kommunikation fra mig til modtageren gennem en faglig formidling.⁴⁸ I den matematikfaglige del foregår der derimod en faglig kommunikation. Forskellen er, at jeg i den matematikfaglige del skriver til mine fagfæller på lige fod (selvfølgelig ikke helt ift. en lærer), mens jeg i den populærvidenskabelige artikel tager udgangspunkt i, at jeg besidder en større viden end modtageren.⁴⁹ Mediet for udgivelsen af artiklen er Illustreret Videnskab.



Målgruppen, emnet, afsender, modtager, omstændighederne og formålet komplementerer hinanden ganske godt, eftersom læseren er nysgerrig og videbegærlig, hvorfor det ikke virker som en ubegrundet antagelse, at han/hun også følger med i, hvad der sker på den politiske scene. Derfor bliver min faglige formidling af politisk spilteori relevant, sammenlignet med, hvis jeg i stedet lagde artiklens fokus om, hvordan man beviser den matematiske sætning: Der er altid en Nash-ligevægt for blandede strategier i et ikke-nulsumsspil. Hvis læseren ikke er særligt matematisk interesseret, vil artiklen sandsynligvis ikke virke lukrativ. Det vil desuden være svært at finde fede elementer til blikfang i form af billeder og faktabokse ift. dette fokus. Til det må man jo så også knytte, at 99,999... % af læserne af Illustreret Videnskab nok ville have meget svært ved at

⁴⁴ (Jensen, 2016): <https://www.altinget.dk/artikel/frank-jensen-flygtningeboliger-maa-ikke-blive-et-nulsumsspil> (set 02/04-2020)

⁴⁵ (Hyldegård & Ebdub, 2.1 Hensigten: Hvad vil du?, 2013, s. 14-15)

⁴⁶ Ibid.

⁴⁷ (Jensen, 2016): <https://www.altinget.dk/artikel/frank-jensen-flygtningeboliger-maa-ikke-blive-et-nulsumsspil> (set 02/04-2020)

⁴⁸ (Christensen & Christensen, 2013, s. 3)

⁴⁹ Ibid., s. 3

forstå det relativt komplekse bevis (s. 16-18)! Sproget fra pentagrammets model dækkes i afsnit 8.3. En illustrativ udlægning af kommunikationssituation vha. Cicero kan ses på bilag

7.2 Nyhedskriterierne

I udarbejdelse af min artikel har jeg forsøgt at arbejde med nyhedskriterierne. Hertil har Hyldgård og Ebdrup revideret modellen og tilføjet fire kriterier til faglig formidling: Fascination, mytedræber, fremtiden og rekorder.⁵⁰ I videnskabsjournalistik skal begrebet aktualitet ofte forstås lidt anderledes end i eksempelvis nyhedsjournalistik. Eksempelvis er en brand, der skete i går, umiddelbart mere aktuel end spilteori som emne i sig selv.⁵¹ Derfor har jeg forsøgt at aktualisere min artikel med min vinkling af emnet, hvor der spekuleres over politikeres brug af spilteori. Netop ved denne inddragelse af politik aktualiseres artiklen.

I artiklen benytter jeg mig også af nyhedskriteriet identifikation, når jeg direkte spørger læseren: "Ved du hvad en **sandsynlighed** er?" på sidste side. I dette eksempel skabes identifikation for læseren ved, at begrebet sandsynlighed forklares gennem inddragelse af et møntkast, hvilket jo er et eksperiment, næsten alle har prøvet i deres liv. Desuden ved de fleste, at der er 50 % "chance" for, at mønten lander på én af to sider. Et andet eksempel på brug af identifikation er min forklaring af nulsumsspil, hvor topersoners pokerspil inddrages. Fordi det at spille poker jo også er noget, en stor del af danskere har prøvet, kan de nemt forestille sig scenariet og dermed pointen. Netop identifikation har haft en tung vægt i udarbejdelsen af artiklen, idet de abstrakte, matematiske tanker/principper kan formidles til læseren ved at inddrage velkendte elementer hos modtageren, såsom poker og møntkast.

Med min rubrik: "*SPILTEORI: Politikere træffer beslutninger på baggrund af bogstaveligt talt kalkulerede risici*" forsøger jeg at benytte mig af nyhedskriteriet sensation, da det umiddelbart må forekomme chokerende, og måske en smule provokerende, at høre, at politikere ved brug af tal opvejer, hvordan de skal handle i politiske problemstillinger. Derved bliver læseren pirret til at læse videre for at nå til bunds i mysteriet.

I videnskabsjournalistik vurderer Hyldgård og Ebdrup, at deres udvidede model med nyhedskriteriet fascination ofte indgår, eksempelvis med tanker som "*tænk, at det kan lade sig gøre!*"⁵². Dette har jeg forsøgt at benytte mig af med min illustration af en tredimensionel graf, der er fremstillet ved at bruge matematikken bag Nash-ligevægte, som jeg forklarer hurtigt bliver langt mere kompleks end andet spilteori, og dermed forsøger jeg at vække en fascination hos modtageren. For nogle mennesker kan selv tegning af en graf i et todimensionelt (x,y)-koordinatsystem virke fjernt.

⁵⁰ (Hyldgård & Ebdrup, Relevanskriterier, 2013, s. 24-26)

⁵¹ Ibid., s. 24

⁵² Ibid., s. 27

Derfor virker det som en fair antagelse, at langt de fleste vil opleve "wow-faktoren", når de ser den elegante 3D-graf.

I artiklen har jeg endvidere forsøgt at gøre brug af nyhedskriteriet konflikt. Konflikten indfører jeg ved at skrive, at nulsumsspil ikke altid tegner det rigtige billede af en situation, hvilket naturligvis er et problem, hvis man skal kunne bruge spilteori som disciplin til noget - hvad nu, hvis politikerne også bruger det forkert? Konflikten løses i min artikel ved indførslen af Nash-ligevægten, hvor det forklares, at politikere nu med denne opfindelse kan arbejde sammen, da alle parter kan få noget godt ud af dette (i hvert fald ikke noget bedre, jf. Nash-ligevægt). Derved gør jeg også brug af Hyldgård og Ebdrops kriterie kaldet fremtiden, da jeg ender artiklen med at kigge fremad med den viden, læseren nu også har: Politikerne kan ifølge spilteoriens principper arbejde sammen.

7.3 Sproglige og illustrative virkemidler

I en populærvideenskabelig artikel som denne er illustrationer, billeder og andre blikfang tæt på alt-afgørende for at fange læserens interesse og dermed "lokke" ham at læse artiklen.⁵³ Eye tracking-undersøgelser viser nemlig, at øjnene som det første vil falde på billeder, derefter på den tilhørende billedtekst (hvorfor den er vigtigere, end mange tror)⁵⁴, dernæst på rubrikken og underrubrikken og siden hen på andre umiddelbare blikfang i brødteksten. Nogle gange bladrer læseren endda de øvrige sider igennem for at tjekke for interessante illustrationer og billeder.⁵⁵ Hvis disse blikfang formår at interessere læseren, er sandsynligheden for, at vedkommende beslutter sig for at læse artiklen, væsentligt forøget.⁵⁶ Af den grund har jeg forsøgt at inkludere disse principper. Med min rubrik har jeg som tidligere nævnt inddraget nyhedskriteriet sensation, hvortil der også følger lidt provokation med titlen. Derudover fungerer mit store billede af et håndtryk som et væsentligt blikfang. Dertil hører en lille, ikke alt for afslørende, billedtekst. Dertil har jeg min underrubrik, der nærmere forklarer, hvad der mon kan menes med skjulte dagsordener (billedtekst) og kalkulerede risici (rubrik).

Den gule farve til mine faktabokse er et bevidst valg: Farven gul er et ganske væsentligt blikfang. Derfor hjælper den med at fange læserens opmærksomhed samtidigt med, at den formidler væsentlige informationer om "spilteoriens fader" og hvad, en sandsynlighed er. Med tilsvarende argumenter har jeg benyttet de øvrige illustrationer, bl.a. med rød farve for ordet nulsumsspil, blok-bogstaver for "VED DU..." osv.

Overordnet kan man sige, at de mange blikfang bidrager til én yderst vigtig ting: De fungerer som ekstra indgange til artiklen.⁵⁷ Hvis eksempelvis en potentiel læser ikke finder min første side

⁵³ (Christensen & Christensen, 2013, s. 11-13)

⁵⁴ (Hyldgård & Ebdrup, 6.1 Giv artiklen flere indgange, 2013, s. 52-53)

⁵⁵ Ibid., s. 11

⁵⁶ Ibid., s. 11

⁵⁷ (Hyldgård & Ebdrup, 6.1 Giv artiklen flere indgange, 2013, s. 51-53)

interessant, kan det være, at vedkommende bliver "indfanget" som læser, efter han f.eks. har set min faktaboks med Johannes von Neumann eller illustrationen af en tredimensionel graf.

Til artiklen har jeg måtte foretage nogle til- og fravalg af stof af formidlingsmæssige årsager. Noget af stoffet har jeg vurderet at være for komplekst. Eksempelvis har jeg kaldt det, man i spilteori kalder *at anlægge en ren strategi*, for *at træffe et valg*. Dette har jeg f.eks. gjort i min forklaring af, hvad en Nash-ligevægt er, på sidste side i bunden af første spalte. Det er ikke som sådan forkert at forklare det sådan, men i matematik bruger man hellere det andet udtryk, fordi det hænger sammen med udtrykket *at anlægge en blandet strategi*. Dette udtryk har jeg helt valgt at udelade fra artiklen, da det er et kringlet udtryk i spilteori baseret på svært oversættelig sandsynlighedsregning. Jeg har til gengæld forklaret begrebet *sandsynlighed*, idet overraskende mange mennesker ikke kender den helt korrekte betydning af ordet, samt det er et centralt begreb i spilteori.

Den 3D-graf, jeg har fremstillet og indsat som illustration, har jeg i øvrigt omtalt som en *model*, da mange læsere, som tidligere nævnt, måske aldrig helt fik med fra gymnasiet, hvad en graf helt præcist er. Derfor synes ordet *model* at være mere passende.

I artiklen har jeg derudover forsøgt at lægge vægt på at gøre sproget lækkert, da dette også kan fungere til at sælge produktet sproget til læseren. Derfor har jeg arbejdet med de fire (tre) tekstkvaliteter.⁵⁸ Sproget har jeg gjort klart og levende ved at benytte billedsprog, eksempelvis ved: "*Spilteoriens fundament støbes*" (kognitiv metafor => intet fundament støbes), "*John Nash nuancerer billedet*" (kognitiv metafor => intet "billede" nuanceres) og "*Ligevægten har skabt et billede (...)*" (besjæling => ligevægten tillægges menneskelige egenskaber).

Effekten af dette er, at teksten livliggøres ved, at der skabes billeder hos læseren, der er med til at gøre situationen nemmere forståelig og levende. Til forskel er den vigtigste opgave for diskursen i matematik at være konkret og præcis, frem for at lege med sproget.⁵⁹ Derudover har jeg forsøgt at livliggøre sproget ved at ryste posen i min faktaboks ved at skifte over til en personlig appel direkte til læseren ved brug af det personlige pronomen "du".

Endelig har jeg forsøgt at skrive i et læservenligt sprog ved så vidt muligt at skrive i korte sætninger. Derved får læseren mulighed for at optage informationerne undervejs i kortere træk, frem for at få mange nye informationer i ét langt træk.

8. Konklusion

Dette studieretningsprojekt har afkastet en udtømmende viden om, hvad spilteori er, og hvordan det kan formidles i *Illustreret Videnskab* og derved tilfredsstillet den matematik- og danskfaglige søgen efter svar. Først blev der fundet frem til, at et nulsumsspil er en type spil, hvor der gælder,

⁵⁸ (Johnsen, Gade, & Mogensen, De fire tekstkvaliteter, 2017)

⁵⁹ (Brunvold, Brøting, Bülow, & m.fl., Brug af medierende redskaber: Fagsprog og fagdiskurs, 2019)

at spiller 1's fortjeneste er lig spiller 2's tab, og ikke-nulsumsspil er spil, hvor dette *ikke nødvendigvis* gælder. I eksempel 1 fandt jeg frem til, at løsningen ved rene strategier i et ikke-nulsumsspil er givet ved Nash-ligevægten, hvis spillet har én. Derudover konkluderede jeg, at rene og blandede strategier kan medføre forskellige konklusioner i samme spilsituation, samt at politisk research er central i modellering i politisk spilteori, hvilket *gøres ved kvantificere noget kvalitativt*, f.eks. politisk vinding.

I et topersoners nulsumsspil blev minimaxsætningen deduceret, der er givet ved:

$$v_1 = \max_p \min_j \sum_{i=1}^m p_i \cdot a_{ij} = v = \min_q \max_i \sum_{j=1}^n q_j \cdot a_{ij} = v_2$$

Hvor tallet $v_1 = v = v_2$ kaldes værdien for nulsumsspillet, og alle strategiprofiler, der svarer til værdien, er spillets *løsninger*. Ved brug af sætningen i eksempel 2 fandt jeg frem til, at løsningen til mit nulsumsspil var givet ved strategiprofilerne p og q for hhv. Biden og Trump givet:

$$p = (0,583 ; 0,417) \quad , \quad q = (0,417 ; 0,583)$$

Og værdien for spillet var $v = 49,6\%$, så Trump har en mikroskopisk fordel ift. Biden iflg. modellen. Endelig blev der gennem en formel deduktion fundet frem til, at der for et ikke-nulsumsspil på matrixform gælder, at der altid er en Nash-ligevægt med blandede strategier. Sætningen blev da benyttet i eksempel 3, hvor jeg fandt frem til, at løsningen til ikke-nulsumsspillet er, hvis hhv. Socialdemokratiet og Venstre spiller med strategiprofilerne p og q givet ved:

$$p = \left(\frac{7}{9} ; \frac{2}{9}\right) \quad , \quad q = (0,143 ; 0,857)$$

I den populærvideenskabelige artikel fandt jeg frem til, at virkemidler som blikfang i form af billeder, faktabokse osv. er essentielle elementer, idet de fungerer som ekstra indgange til artiklen. Dertil fandt jeg ud af, at målgruppen for min artikel er *"nysgerrige og videbegærlige danskere mellem 25-59 år, som interesserer sig for ny teknologi"* [42]. Derfor er omstændighederne altså en asymmetrisk kommunikation. Derudover sluttede jeg, at brugen af nyhedskriterierne aktualitet, identifikation, sensation, fascination, konflikt og fremtiden sammen spiller en central rolle i effektiviteten af den faglige formidling. Endelig fandt jeg frem til, at et klart, let forståeligt og levende sprog er yderst vigtigt for at skabe et lækkert sprog, der er lukrativt for læseren og dermed danner rammer for en god formidling.



9. Litteraturliste

Bøger

Baktoft, Allan: *Matematik i virkeligheden. Bind 1*. 4. udgave, 1. oplag. Odense: Forlaget Natskyggen, 2017.

Hyldgård, Peter & Ebdrup, Niels: *Slip din viden løs - håndbog i faglig formidling*. Danmark: Videnskab.dk og Forlaget Ajour, 2013.

Johnsen, Marianne & Gade, Bodil-Marie & Mogensen, Hans Elgaard: *Grundbog i retorik - at vise og overbevise*. Aarhus: Forlaget Systime, 2017.

Brunvold, Mikkel & Brøting, Teis & Bülow, Morten Winther m.fl.: *Merkantil fagdidaktik*. Aarhus: Forlaget Systime, 2019.

Rangvid, Mads & Benoni, Torben & Christensen Thomas Svane m.fl.: *Vidensmønstre (Læreplan 2017)*. Aarhus: Forlaget Systime, 2017.

Pdf-filer/elektroniske kilder

Axelsen, Peter & Kristensen, Lars Bo: *Spilteori*. Egå Gymnasium: Egå, årstal ukendt.

<http://people.cs.aau.dk/~hans/Artikler/Spilteori.pdf>

Harremoës, Peter: *Beslutningsteori*. Niels Brock: København, 2012.

<http://www.harremoes.dk/Peter/Undervis/Score.pdf>

Christensen, Bente & Christensen, Flemming: *SRP i stx - Formidlingsopgaver med dansk*. Haslev Gymnasium: Haslev, 2013.



Websider

Secher, Mikkel & Christoffersen, Phillip: *Regeringen går af - men Løkke vil fortsætte som statsminister*. Hentet fra TV2.dk. Besøgt 30/03-2020.

<https://nyheder.tv2.dk/politik/2019-06-05-regeringen-gaar-af-men-loekke-vil-fortsaette-som-statsminister>

Hoffmann-Hansen, Henrik & Fabricius Kitte: *Overblik: Partierne i Danmark*. Hentet fra Kristeligt Dagblad. Besøgt 30/03-2020.

<https://www.kristeligt-dagblad.dk/politik-begyndere/overblik-partierne-i-danmark>

Karlamangla, Soumya: *SARS killed hundreds and then disappeared. Could this coronavirus die out?* Hentet fra Los Angeles Times. Besøgt 30/03-2020.

<https://www.latimes.com/california/story/2020-02-18/sars-coronavirus-china-epidemic>

Kjems, Malte: *Storbritannien - på vej mod Brexit*. Hentet fra thinkeuropa.dk. Besøgt 29/03-2020.

<http://thinkeuropa.dk/politik/storbritannien-paa-vej-mod-brexit>

Pengelly, Martin: *Donald Trump in 'near tie' with Joe Biden, new poll finds*. Hentet fra theguardian.com. Besøgt 30/03-2020.

<https://www.theguardian.com/us-news/2020/mar/29/donald-trump-joe-biden-presidential-election-poll-results>

Relster, Sebastian: *Illustreret Videnskab*. Hentet fra Mediekit.dk. Besøgt 01/04-2020.

<https://mediekit.dk/print/illustreret-videnskab/>

Wikipedia: *2016 United States presidential election*. Hentet fra en.wikipedia.org. Besøgt 30/03-2020.

https://en.wikipedia.org/wiki/2016_United_States_presidential_election

Wikipedia: *Whataboutism*. Hentet fra en.wikipedia.org. Besøgt 30/03-2020.



<https://en.wikipedia.org/wiki/Whataboutism>

Ritzau: *Antallet af døde efter coronavirus stiger markant i Italien.* Hentet fra TV2.dk. Besøgt 03/04-2020.

<https://nyheder.tv2.dk/udland/2020-03-05-antallet-af-dode-efter-coronavirus-stiger-markant-i-italien>

Illustration af Ciceros pentagram: Hentet fra greve-gym.dk. Billede ejet af: Greve Gymnasium.

<https://www.greve-gym.dk/undervisning/skriftlige-opgaver/skrivetoget/at-skrive-i-fag/engelsk/en-analyse-og-fortolkning/det-retoriske-pentagram>

Illustrationer på "fri leg"-forside

Billede af Donald Trump: Hentet fra brassglasses.wordpress.com.

https://brassglasses.files.wordpress.com/2015/12/img_7575.jpg

Billede af spillekort med royal flush pokerhånd: Hentet fra nicepng.com. Billede ejet af: Report Image.

<https://www.nicepng.com/maxp/u2q8r5w7u2e6a9i1/>

Illustrationer i populærvidenskabelig artikel

Billede af håndtryk: Hentet fra Shutterstock.com. Billede ejet af: Aila Images

<https://www.shutterstock.com/es/video/clip-2876692-businessmen-shaking-hands-business-deal-partnership-high>

Billede af Johannes von Neumann: Hentet fra da.wikipedia.org. Billede ejet af: Los Alamos National Laboratory

https://en.wikipedia.org/wiki/John_von_Neumann#/media/File:JohnvonNeumann-LosAlamos.gif



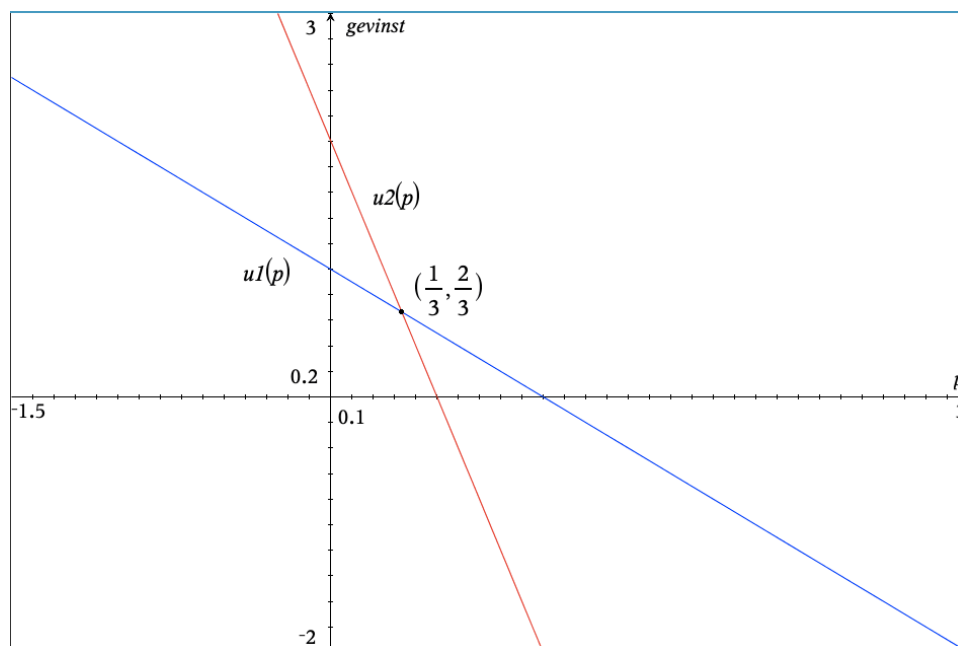
Illustration af interessesituationen for spiller 1 og spiller 2 i nulsumsspil: Tegnet af undertegnede, Victor Alexander Schaarup. Fri afbenyttelse tillades ved henvisning.

Illustration af tredimensionel graf: Billede taget af undertegnede. Fri afbenyttelse tillades ved henvisning.

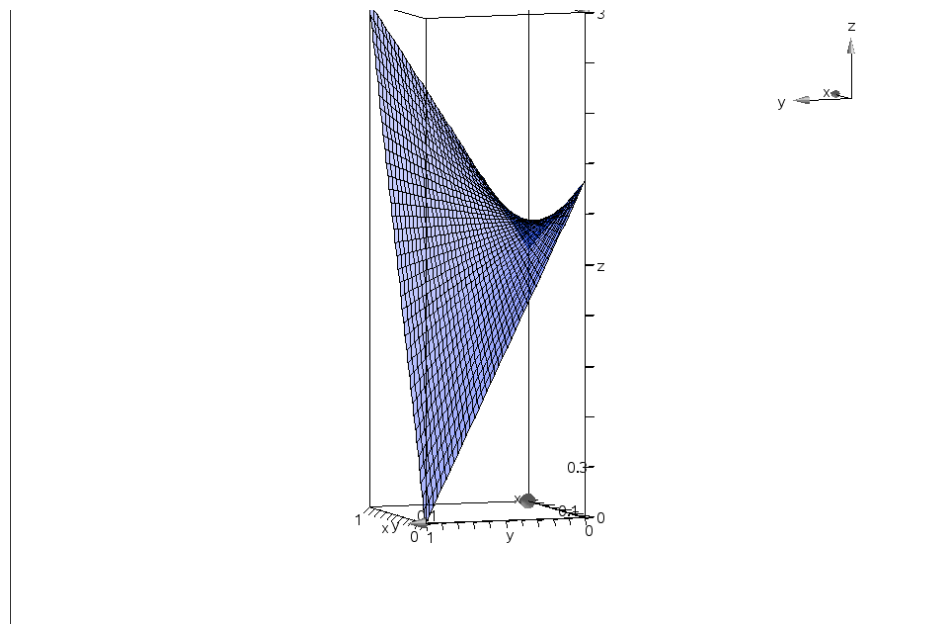
Billede af møntkast: Hentet fra [bellevuerarecoins.com](https://www.bellevuerarecoins.com). Billede ejet af Bellevue Rare COINS.
<https://www.bellevuerarecoins.com/history-coin-flip/>

10. Bilag

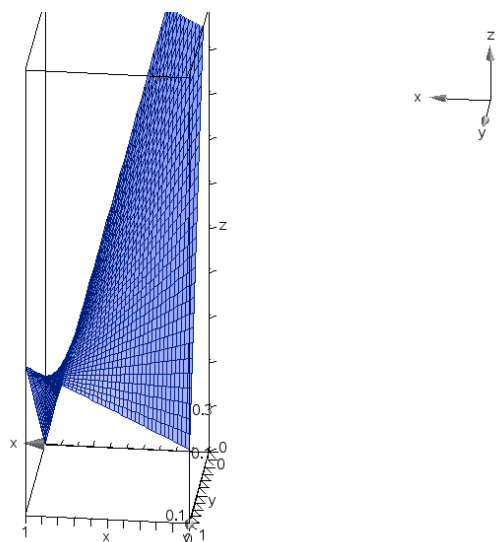
Bilag 1: Graferne for $u_{satse}(p)$ og $u_{nedlukke}(p)$ fra eksempel 1



Bilag 2: Udbyttefunktionen af to variable for spiller 1 $u_1(p, q)$ tegnet i $[0;1] \times [0;1]$



Bilag 3: Udbyttefunktionen af to variable for spiller 1 $u_2(p, q)$ tegnet i $[0;1] \times [0;1]$



Bilag 4: Kommunikationssituationen i populærvidenskabelig artikel ved Ciceros pentagram

